MP
Mathématiques · Informatique
2024

Sous la coordination de

William Aufort
professeur en CPGE
ancien élève de l'École Normale Supérieure (de Lyon)

Florian Metzger
professeur en CPGE
ancien élève de l'École Normale Supérieure (Paris-Saclay)

Vincent Puyhaubert
professeur en CPGE
ancien élève de l'École Normale Supérieure (Paris-Saclay)

Par

William Aufort
professeur en CPGE

Antoine Barrier
ENS Paris-Saclay

Céline Chevalier
enseignant-chercheur à l'université

Sélim Cornet
professeur en CPGE

Pierre Faugère
ENS de Lyon

Christophe Fiszka
professeur en CPGE

Sarah Houdaigoui
ENS Ulm

Pierrick Le Vourc'h
ENS de Lyon

Victor Llorca
École Polytechnique

Vincent Puyhaubert
professeur en CPGE

Cyril Ravat
professeur en CPGE

Guillaume Soenen
ENS de Lyon

Bertrand Wiel
professeur en CPGE

Youssef Yjjou
ENS de Lyon

Sommaire

SESSION 2024 **MP8M**

ÉPREUVE SPÉCIFIQUE - FILIÈRE MP

MATHÉMATIQUES

Durée : 4 heures

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- *Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.*
- *Ne pas utiliser de correcteur.*
- *Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.*

Les calculatrices sont interdites.

Le sujet est composé de quatre exercices indépendants.

e3a Mathématiques MP-MPI 2024 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Guillaume Soenen (ENS de Lyon) ; il a été relu par Vincent Ferrari-Dominguez (ENS Ulm) et Thierry Limoges (professeur en CPGE).

Le sujet est composé de quatre exercices indépendants qui abordent des thèmes différents, ce qui permet de couvrir une part importante du programme.

- L'exercice 1 examine la loi d'une variable aléatoire définie à partir d'une autre variable aléatoire qui suit une loi géométrique. C'est un exercice court et guidé.
- Le deuxième exercice étudie la série entière $\sum(\cos(n)/n)x^n$. Après en avoir déterminé le rayon de convergence, le calcul de la valeur de la somme se fait en étudiant la série entière dérivée. Quelques questions sont calculatoires.
- L'exercice 3 propose l'étude d'une matrice A dont la transposée peut s'exprimer comme un polynôme en A. Dans un premier temps, on étudie l'inversibilité et la diagonalisabilité de cette matrice en exhibant un polynôme annulateur. Dans un second temps, l'exercice porte sur le calcul des puissances de A en introduisant des polynômes de Lagrange.
- Le dernier exercice est une introduction à la notion de convolution, une opération sur les fonctions qui ne figure pas au programme de MP ni de MPI mais qui est en lien avec l'intégration. Après deux questions préliminaires portant sur la régularité des fonctions de la variable réelle, le sujet propose d'étudier quelques propriétés de la convolution, ce qui mobilise des notions d'intégration, de continuité et dérivabilité et même d'algèbre linéaire via l'étude de la continuité d'un opérateur linéaire. Cet exercice comporte des questions élémentaires (comme le dessin de graphes de fonctions), des questions techniques et des questions plus ardues qui en font l'exercice le plus difficile du sujet. La dernière question est particulièrement complexe.

Le sujet fait appel à de nombreux domaines du programme de deuxième année (probabilités, séries entières, réduction et intégrales généralisées) ; aucun exercice n'est entièrement faisable avec le programme de première année. Les exercices sont de plus en plus difficiles et longs. Comme ils sont indépendants, on peut ne traiter que ceux qui n'utilisent que des chapitres déjà vus en cours.

SESSION 2024 **MP1M1**

NOTE DE L'ÉDITEUR
Le sujet était commun aux filières
MP et MPI

ÉPREUVE SPÉCIFIQUE - FILIÈRE MP

MATHÉMATIQUES 1

Durée : 4 heures

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- *Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, bleu clair ou turquoise, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.*
- *Ne pas utiliser de correcteur.*
- *Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.*

Les calculatrices sont interdites.

Le sujet est composé de deux exercices et d'un problème, tous indépendants.

CCINP Maths 1 MP-MPI 2024 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Youssef Yjjou (ENS de Lyon) ; il a été relu par Sélim Cornet (professeur en CPGE) et Julie Gauthier (professeur agrégé).

Ce sujet d'analyse et de probabilités est composé de deux exercices et d'un problème qui sont tous indépendants.

- L'exercice I traite du calcul de l'espérance du maximum obtenu après p tirages aléatoires uniformes parmi les entiers de 1 à n. On en détermine finalement un équivalent quand n tend vers $+\infty$.
- L'exercice II a pour but l'étude d'une équation différentielle linéaire à coefficients non constants d'ordre 2. La résolution proposée passe par une étude de dimension de l'espace des solutions homogènes et par la recherche d'une solution particulière développable en série entière. L'exercice s'intéresse également à un éventuel prolongement à $\mathbb{R}$ des solutions obtenues sur $\mathbb{R}_+^*$.
- Le problème propose de déterminer la valeur de
$$\zeta(2) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2}$$
de deux manières différentes. La première consiste à étudier les intégrales dites de Wallis
$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n(t)\,\mathrm{d}t$$
puis à développer en série entière la fonction Arcsin en 0, et enfin à utiliser une interversion série-intégrale. La seconde repose sur la dérivation de l'intégrale à paramètre
$$\int_0^{+\infty} \frac{\mathrm{Arctan}\,(tx)}{1+t^2}\,\mathrm{d}t$$
pour obtenir la valeur attendue $\pi^2/6$.

Ce sujet permet de travailler les probabilités, les équations différentielles et les intégrales, qu'elles soient à paramètre ou non. Il propose notamment quelques techniques classiques qu'il faut absolument maîtriser, ce qui en fait un bon sujet pour réviser ces chapitres.

SESSION 2024 **MP3M2**

NOTE DE L'ÉDITEUR
Le sujet était commun aux filières MP et MPI

ÉPREUVE SPÉCIFIQUE - FILIÈRE MP

MATHÉMATIQUES 2

Durée : 4 heures

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- *Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, bleu clair ou turquoise, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.*
- *Ne pas utiliser de correcteur.*
- *Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.*

Les calculatrices sont interdites.

Le sujet est composé de deux exercices et d'un problème, tous indépendants.

CCINP Maths 2 MP-MPI 2024 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Bertrand Wiel (professeur en CPGE) ; il a été relu par Pierre Faugère (ENS de Lyon) et Simon Billouet (professeur en CPGE).

L'épreuve est constituée de deux exercices, le premier d'algèbre, le second d'informatique (ou d'analyse en filière MPI) et d'un problème d'algèbre autour du critère de Sylvester qui caractérise les matrices symétriques définies positives. Le problème propose plusieurs exemples et applications utilisant des calculs de déterminant et du calcul différentiel.

- Le premier exercice s'intéresse à la diagonalisation d'une matrice de taille 3 avec une application à l'étude de suites définies par un système de récurrences linéaires. Il ne contient que deux questions, car il traite d'un domaine très classique sur lesquels les candidats doivent savoir faire preuve d'autonomie. Il vise aussi à mesurer leur efficacité et leur maîtrise des calculs.
- Le deuxième exercice consiste, pour la filière MP, à écrire plusieurs fonctions Python permettant de manipuler des éléments d'un groupe de permutations sous forme de listes, d'identifier les sous-groupes et de construire la liste des éléments d'un sous-groupe cyclique. En filière MPI, il s'agit d'un exercice d'analyse étudiant certaines propriétés d'une fonction définie par la somme d'une série de fonctions. On y trouve les théorèmes usuels de la double limite et de continuité de la somme. La dernière question sur la détermination d'un équivalent demande un peu plus d'autonomie.
- La problème propose de caractériser les matrices symétriques définies positives comme l'ensemble des matrices symétriques réelles dont les mineurs principaux, c'est-à-dire les déterminants des matrices extraites en ne conservant que les premières lignes et colonnes, sont strictement positifs. La démonstration, bien guidée, se fait par récurrence sur la taille des matrices et repose uniquement sur le théorème spectral et le produit matriciel par blocs. Un exemple fait appel au résultat d'optimisation du cours faisant le lien entre extremum local en un point critique d'une fonction de classe $\mathscr{C}^2$ sur un ouvert de $\mathbb{R}^2$ et sa matrice hessienne en ce point. D'autres exemples font appel au calcul de déterminants et ne présentent pas de difficulté technique.

L'ensemble est en ligne avec les sujets récents du concours CCINP dans la filière MP, c'est-à-dire d'une longueur raisonnable, proche du cours et de ses applications classiques et comportant peu de questions. Cependant, certaines nécessitent d'appliquer une démarche en plusieurs étapes et de faire preuve d'efficacité et de recul dans la mise en œuvre des calculs. En effet, pour ne pas perdre un temps précieux dans une épreuve qu'un bon candidat doit pouvoir terminer en moins de 4 heures, il ne fallait pas toujours se lancer tête baissé dans des calculs à première vue classiques, mais parfois inutilement chronophages.

Pour ces raisons, il constitue un entraînement utile aux épreuves du concours CCINP.

SESSION 2024 **MP7IN**

ÉPREUVE MUTUALISÉE AVEC E3A-POLYTECH

ÉPREUVE SPÉCIFIQUE - FILIÈRE MP

INFORMATIQUE

Durée : 4 heures

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- *Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, bleu clair ou turquoise, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.*
- *Ne pas utiliser de correcteur.*
- *Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.*

Les calculatrices sont interdites.

Le sujet est composé de trois parties indépendantes.

CCINP Informatique optionnelle MP 2024 Corrigé

Ce corrigé est proposé par Victor Llorca (École polytechnique) ; il a été relu par William Aufort (professeur en CPGE) et Benjamin Monmege (enseignant-chercheur à l'université).

Ce sujet est composé de trois parties totalement indépendantes qui portent sur trois thèmes différents du programme. La première partie utilise le langage Python tandis que les deux suivantes emploient OCaml. Le sujet alterne questions théoriques et programmation.

- Dans la partie I, on étudie le problème de la coloration de graphes. Après quelques considérations théoriques sur le nombre chromatique d'un graphe, on étudie une modélisation en Python et on implémente l'algorithme de Welsh-Powel. On l'applique enfin à un exemple concret, la constitution de groupes d'étudiants sans liens d'amitié.
- La partie II aborde le problème de satisfiabilité d'une formule propositionnelle, en particulier sous forme normale conjonctive. On implémente en OCaml différentes fonctions permettant de décider si une formule en forme normale conjonctive est satisfiable ou non. Cette partie se termine par deux questions sur la notion de conséquence logique et sur la déduction naturelle comme alternative à la vérification de la satisfiabilité pour l'ensemble des valuations.
- Enfin, la partie III se concentre sur la reconnaissance de motifs dans une chaîne de caractères. Après une première implémentation en OCaml d'une méthode naïve, dont on évalue la complexité, le sujet propose une optimisation grâce à l'étude des bords du motif à détecter. Finalement, on utilise les automates afin de construire en OCaml un dernier algorithme de reconnaissance de motifs.

Ce sujet balaie une large partie du programme et pose un grand nombre de questions classiques. Quelques questions sont plus techniques (notamment les questions 20 et 29) et il ne fallait pas hésiter à les laisser de côté si on se trouvait bloqué trop longtemps. Le sujet fait notamment le point sur le nombre chromatique, qui est un classique à l'écrit. Notons enfin qu'il fait partie des rares énoncés qui abordent la logique propositionnelle.

Mathématiques 1

MP, MPI

CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

4 heures Calculatrice autorisée

2024

Inégalité de Carleman

On s'intéresse dans ce problème à une inégalité établie par Torsten Carleman : si $(a_k)_{k\in\mathbb{N}^*}$ est une suite de réels strictement positifs telle que $\sum a_n$ converge, alors la série de terme général $\left(\prod_{k=1}^n a_k\right)^{1/n}$ converge et

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\prod_{k=1}^n a_k\right)^{1/n} \leqslant \mathrm{e}\sum_{n=1}^{+\infty} a_n.$$

Le problème est constitué de trois parties largement indépendantes. La première partie commence en démontrant un analogue intégral de cette inégalité : l'inégalité de Knopp. La deuxième partie s'intéresse à la démonstration originale de l'inégalité de Carleman, utilisant du calcul différentiel. Enfin, la troisième partie étudie l'inégalité de Carleman-Yang, qui est un raffinement de l'inégalité de Carleman.

I Inégalité de Knopp

Dans cette partie, on démontre l'inégalité de Knopp, souvent présentée comme analogue continu de l'inégalité de Carleman (on justifie cette appellation en fin de partie).

I.A – Deux inégalités intégrales

I.A.1) Inégalité intégrale de Jensen

Q 1. Soit $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ une fonction continue par morceaux à valeurs dans un intervalle J. Soit φ une fonction continue et convexe sur J. Démontrer que

$$\varphi\left(\frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t\right) \leqslant \frac{1}{b-a}\int_a^b \varphi\circ f(t)\,\mathrm{d}t.$$

On pourra utiliser des sommes de Riemann.

I.A.2) Une autre inégalité intégrale

Soit $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$, une fonction continue par morceaux, strictement positive et intégrable.
Pour tout $x > 0$, on pose

$$g(x) = \frac{1}{x}\int_0^x tf(t)\,\mathrm{d}t \qquad \text{et} \qquad h(x) = \frac{1}{x}g(x) = \frac{1}{x^2}\int_0^x tf(t)\,\mathrm{d}t.$$

Q 2. Déterminer la limite de $g(x)$ lorsque x tend vers 0.

Q 3. Déterminer la limite de $g(x)$ lorsque x tend vers $+\infty$.

Notant $\mathbb{1}_{[0,x]}$ la fonction indicatrice de $[0,x]$, on pourra remarquer que $g(x) = \displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{1}{x}tf(t)\mathbb{1}_{[0,x]}(t)\,\mathrm{d}t$.

Q 4. En déduire que l'intégrale $\displaystyle\int_0^{+\infty} h(x)\,\mathrm{d}x$ converge et que

$$\int_0^{+\infty} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^{+\infty} h(x)\,\mathrm{d}x.$$

On pourra utiliser une intégration par parties.

I.B – Démonstration de l'inégalité de Knopp

Soit f une fonction continue par morceaux, strictement positive, intégrable sur $\mathbb{R}_+$.

Q 5. Démontrer que, pour tout $x > 0$,

Centrale Maths 1 MP-MPI 2024 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Sélim Cornet (professeur en CPGE) ; il a été relu par Antoine Barrier (ENS Paris-Saclay) et Jean Starynkévitch (professeur en CPGE).

Ce sujet d'analyse est consacré à l'inégalité de Carleman : si $(a_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est une suite de nombres réels strictement positifs, alors

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\prod_{k=1}^{n}a_k\right)^{1/n} \leqslant \mathrm{e}\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$$

L'intérêt de ce résultat réside bien sûr dans le cas où $\sum a_n$ converge. L'énoncé est organisé en trois parties indépendantes qui conduisent à trois démonstrations différentes de cette inégalité.

- Dans la partie I, on établit d'abord une version intégrale de l'inégalité, appelée inégalité de Knopp. Elle sert ensuite pour une première démonstration de l'inégalité de Carleman. Les principaux outils utilisés dans cette partie relèvent de la convexité et du calcul intégral.
- On redémontre ensuite cette inégalité avec des techniques de calcul différentiel (notamment le théorème d'optimisation sous une contrainte). Celles-ci sont d'abord présentées pour la preuve d'un résultat plus facile à obtenir, l'inégalité arithmético-géométrique. Le même schéma de démonstration est ensuite mis en œuvre pour l'inégalité de Carleman, les calculs étant cette fois plus complexes.
- Enfin, dans la partie III, on prouve l'inégalité de Carleman-Yang qui est un résultat plus fort que celle de Carleman. La démonstration repose principalement sur l'utilisation de séries entières et de l'inégalité arithmético-géométrique prouvée dans la deuxième partie.

Le sujet couvre de larges pans du programme d'analyse des deux années : dérivation, convexité, intégration, séries et séries entières, fonctions de plusieurs variables. Il souffre cependant de plusieurs défauts (signalés dans le corrigé) ; en particulier, le cadre proposé est parfois incohérent avec les énoncés des théorèmes au programme. Cela a pu déstabiliser les candidats rigoureux et soucieux de rester dans les limites de celui-ci. En outre, ce sujet ne contient pas de question de cours ni d'application directe : la quasi-totalité des questions sont (très) techniques, même si la difficulté reste progressive. Bien qu'il n'y ait que 29 questions, il est probable que seuls les meilleurs candidats aient pu traiter la totalité du sujet.

CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

Mathématiques 2

MP, MPI

4 heures Calculatrice autorisée

2024

Notations

— Dans tout le problème, $\mathbb{K}$ désigne $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.

— On note $\mathbb{K}[X]$ le $\mathbb{K}$-espace vectoriel des polynômes à coefficients dans $\mathbb{K}$.

— Pour tout $d \in \mathbb{N}$, $\mathbb{K}_d[X]$ désigne le $\mathbb{K}$-espace vectoriel des polynômes de degré inférieur ou égal à d.

— On note $\mathbb{U}$ le groupe multiplicatif des nombres complexes de module 1.

Objectifs du problème

Soit h une fonction de $\mathbb{K}$ dans $\mathbb{K}$. On dit qu'une fonction f de $\mathbb{K}$ dans $\mathbb{K}$ est solution de l'équation (E_h) sur $\mathbb{K}$ si

$$\forall x \in \mathbb{K},\ f(x+1) - f(x) = h(x). \tag{E_h}$$

Le but du problème est l'étude de l'équation (E_h).

La partie I de ce problème étudie l'existence de solutions dans le cas où h est polynomiale.
La partie II introduit la définition et établit quelques propriétés des fonctions entières.
La partie III définit les polynômes de Bernoulli et explicite une solution polynomiale à l'équation (E_h), ainsi qu'une application analytique de ces polynômes.
La partie IV étend la résolution de (E_h) au cas où h est une fonction entière.

I Étude de l'opérateur différence finie

On considère l'application Δ définie par :

$$\Delta : \begin{cases} \mathbb{K}[X] \to \mathbb{K}[X] \\ P(X) \mapsto P(X+1) - P(X) \end{cases}$$

Q 1. Montrer que Δ est un endomorphisme de $\mathbb{K}[X]$.

Q 2. Soit $P \in \mathbb{K}[X]$. Déterminer le degré de $\Delta(P)$ en fonction de celui de P.

Q 3. Montrer que, pour tout $d \in \mathbb{N}^*$, Δ induit un endomorphisme sur $\mathbb{K}_d[X]$.

On note Δ_d l'endomorphisme de $\mathbb{K}_d[X]$ induit par Δ.

Q 4. Déterminer $\mathrm{Ker}(\Delta_d)$ et $\mathrm{Im}(\Delta_d)$ pour tout $d \in \mathbb{N}^*$.

Q 5. En déduire $\mathrm{Ker}(\Delta)$ et $\mathrm{Im}(\Delta)$. Appliquer les résultats obtenus à l'étude de l'équation (E_h) dans le cas où h est une fonction polynomiale.

Q 6. On suppose (pour cette question seulement) que h est la fonction $x \mapsto x$. Déterminer une solution de (E_h) dans $\mathbb{K}_2[X]$, puis toutes les solutions polynomiales de l'équation (E_h).

Q 7. Soit $d \in \mathbb{N}^*$. Déterminer un polynôme annulateur de Δ_d. L'endomorphisme Δ_d est-il diagonalisable ?

Centrale Maths 2 MP-MPI 2024 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Céline Chevalier (enseignant-chercheur à l'université) ; il a été relu par Loïc Jean (ENS de Lyon) et Angèle Niclas (enseignant-chercheur à l'université).

L'objectif du problème est l'étude des solutions $f : \mathbb{K} \to \mathbb{K}$ de l'équation

$$(\mathrm{E}_h) \quad \forall x \in \mathbb{K} \qquad f(x+1) - f(x) = h(x)$$

où $\mathbb{K}$ désigne $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ et h est une fonction fixée de $\mathbb{K}$ dans $\mathbb{K}$.

- La partie I définit l'opérateur différence finie $\mathrm{P} \mapsto \mathrm{P}(\mathrm{X}+1) - \mathrm{P}(\mathrm{X})$ sur les polynômes et étudie l'existence de solutions de l'équation (E_h) dans le cas où la fonction h est polynomiale. Cette entrée en matière est constituée de questions assez basiques d'algèbre linéaire et de diagonalisation.
- La deuxième partie étudie les fonctions développables en série entière et de rayon de convergence infini (appelées fonctions entières). Elle permet de réviser les séries de fonctions, en particulier le théorème d'intégration terme à terme.
- La troisième partie introduit les polynômes de Bernoulli, ce qui permet d'expliciter une solution polynomiale de l'équation (E_h). La suite de la partie donne une autre expression de ces polynômes.
- Enfin, on résout dans la partie IV l'équation (E_h) dans le cas où la fonction h est une fonction entière.

La longueur et la difficulté de ce sujet sont raisonnables. Il permet de se placer dans un cadre intéressant pour réviser l'algèbre linéaire et les séries de fonctions.

Optimisation de réseau

Option informatique

MP

2024

CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

4 heures Calculatrice autorisée

Créer un réseau routier entre différentes villes, en s'autorisant des intersections intermédiaires, dont la longueur totale est minimale est un problème très difficile à résoudre. Ce problème est une généralisation de deux problèmes pourtant faciles à résoudre : la recherche d'arbre couvrant de poids minimal, correspondant au cas où il n'y a pas d'intersections intermédiaires, et la recherche de plus court chemin, correspondant au cas où on ne souhaite relier que deux villes.

En 1836, un an seulement après l'apparition d'une ligne de train en Allemagne, Carl Friedrich Gauß s'interrogeait dans une lettre à l'astronome Christian Schumacher sur la meilleure manière de relier les villes de Hambourg, Brême, Hanovre et Brunswick par un réseau ferré.

Figure 1 Les quatre villes allemandes et une manière théoriquement optimale de les relier.

De tels arbres trouvent des applications dans la construction de réseaux (électroniques, routiers, …). Ils peuvent également apparaître dans des phénomènes naturels : des films de savon reliant des tiges entre deux plaques peuvent former un arbre avec des points intermédiaires.

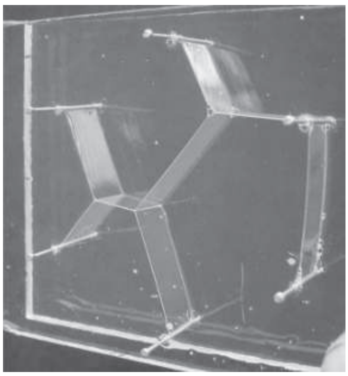

Figure 2 Films de savon reliant des tiges métalliques entre deux plaques de plexiglas. Il y a trois sommets intermédiaires.[1]

La partie I de ce problème étudie des généralités sur les arbres couvrants et une fonction de tri. La partie II présente l'algorithme de Kruskal inversé pour trouver un arbre couvrant de poids minimal dans un graphe

[1] Crédits : Dutta, P., Khastgir, S. P. & Roy, A. (2010). Steiner trees and spanning trees in six-pin soap films. American Journal of Physics, 78(2), 215-221.

Centrale Informatique optionnelle MP 2024
Corrigé

Ce corrigé est proposé par Vincent Puyhaubert (professeur en CPGE) ; il a été relu par Victor Llorca (École polytechnique) et Benjamin Monmege (enseignant-chercheur à l'université).

Depuis la dernière réforme des programmes (en 2022), le cours d'option informatique comporte la notion d'arbre couvrant minimal. Cet énoncé s'intéresse à une généralisation consistant à ne relier entre eux qu'un sous-ensemble X de sommets du graphe tout en minimisant tantôt le poids total des arêtes, tantôt le nombre de sommets du sous-arbre. Il est composé de quatre parties, de longueurs et de difficultés comparables.

- Dans la partie I, on démontre des résultats classiques sur les arbres et les arbres couvrants, avant d'implémenter un algorithme de tri par fusion sur des listes.
- La partie II est consacrée à l'étude d'une version modifiée de l'algorithme de Kruskal du programme. Il faut l'appliquer sur un exemple puis rédiger une implémentation. Cette partie s'achève par une preuve de la correction de l'algorithme et l'analyse de sa complexité.
- Dans la partie III, on utilise des techniques portant le nom de réduction polynomiale pour démontrer que le problème du calcul de l'arbre optimal est difficile à résoudre, en s'appuyant sur la difficulté du problème de la satisfaisabilité des formules booléennes. Il s'agit d'une partie très intéressante qui aborde des questions essentielles en algorithmique fondamentale, relatives notamment à la notion de NP-complétude.
- La dernière partie propose l'implémentation d'un algorithme de calcul d'une solution au problème initial qui, si elle n'est pas optimale, a un poids inférieur au double du poids d'une solution optimale (ce qui peut donc constituer un compromis acceptable). On étudie au passage l'algorithme de Floyd-Warshall permettant de calculer les plus courtes distances entre toutes les paires de sommets d'un graphe pondéré. Cet algorithme permet de faire le lien avec le cours de programmation dynamique du tronc commun.

Il s'agit d'un sujet varié et très intéressant. En revanche, il est long, la difficulté est assez élevée et elle n'est pas toujours progressive. La première partie, par exemple, débute par quatre questions théoriques qui nécessitent une rédaction assez fine et s'achève sur trois questions de programmation d'un niveau plutôt élémentaire. Il faut donc être très au point sur les chapitres des graphes et de la logique avant de l'attaquer.

A2024 – MATH I MP

Concours commun
Mines-Ponts

ÉCOLE DES PONTS PARISTECH,
ISAE-SUPAERO, ENSTA PARIS,
TÉLÉCOM PARIS, MINES PARIS,
MINES SAINT-ÉTIENNE, MINES NANCY,
IMT ATLANTIQUE, ENSAE PARIS,
CHIMIE PARISTECH - PSL.

Concours Mines-Télécom,
Concours Centrale-Supélec (Cycle International).

NOTE DE L'ÉDITEUR
Le sujet était commun aux filières MP et MPI

CONCOURS 2024

PREMIÈRE ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée de l'épreuve : 3 heures

L'usage de la calculatrice et de tout dispositif électronique est interdit.

L'énoncé de cette épreuve comporte 5 pages de texte.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Mines Maths 1 MP-MPI 2024 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Pierrick Le Vourc'h (ENS de Lyon) ; il a été relu par Sélim Cornet (professeur en CPGE) et Gilbert Monna (professeur honoraire en CPGE).

Le sujet vise à calculer l'intégrale de Dirichlet généralisée

$$\int_0^{+\infty} \frac{1-(\cos t)^{2p+1}}{t^2}\,\mathrm{d}t$$

avec une application au calcul de l'espérance d'une variable aléatoire donnant la distance à l'origine d'une marche aléatoire dans $\mathbb{Z}$. Bien que les quatre parties du sujet ne soient pas indépendantes, il était possible d'avancer sans avoir réussi toutes les questions précédentes car le sujet est bien balisé.

- La première partie porte sur le calcul de

$$\int_0^{+\infty} \frac{t^{x-1}}{1+t}\,\mathrm{d}t$$

  Pour cela, on s'intéresse d'abord à la régularité de l'intégrale à paramètre

$$x \longmapsto \int_0^{+\infty} \frac{t^{x-1}}{1+t\mathrm{e}^{\,\mathrm{i}\,\theta}}\,\mathrm{d}t$$

  pour $\theta \in \left]-\pi\,;\pi\right[$, puis on étudie diverses fonctions construites à l'aide de cette intégrale pour obtenir le résultat.
- La partie II utilise le résultat précédent pour calculer la somme d'une série. En effet, on relie l'intégrale étudiée dans la première partie à cette série à l'aide de développements en série entière, de changements d'indices et d'intégrations terme à terme.
- Dans la partie suivante, on commence par montrer que l'intégrale de Dirichlet généralisée est bien définie. On la relie ensuite à la série étudiée dans la partie II à l'aide d'intégrations par parties et de théorèmes d'intégration terme à terme, ce qui permet de calculer la valeur de l'intégrale de Dirichlet pour tout $p \in \mathbb{N}$.
- La dernière partie étudie les sommes S_n de variables aléatoires indépendantes suivant la loi de Rademacher. Après quelques calculs d'espérance, on relie celle de $|\mathrm{S}_n|$ à l'intégrale de Dirichlet généralisée, ce qui permet de l'évaluer.

Le sujet est parfait pour réviser le cours d'intégration de MP. Il mobilise en effet la quasi-totalité des notions du thème : définition d'une intégrale généralisée, étude de sa régularité, changement de variable, intégration par parties. De plus, il fait intervenir les différents théorèmes d'intégration terme à terme ainsi qu'un développement en série entière classique. Si la partie IV est dédiée à l'application des résultats aux probabilités, elle ne demande qu'une maîtrise élémentaire du chapitre ; elle nécessite d'être au clair sur la notion d'indépendance de variables aléatoires, ainsi que sur les calculs d'espérance.

Le sujet demande peu de raisonnements élaborés ; il est très calculatoire et les théorèmes du cours requièrent une rédaction soignée. Le défi consistait donc à le terminer dans le temps imparti.

A2024 – MATH II MP

Concours commun
Mines-Ponts

ÉCOLE DES PONTS PARISTECH,
ISAE-SUPAERO, ENSTA PARIS,
TÉLÉCOM PARIS, MINES PARIS,
MINES SAINT-ÉTIENNE, MINES NANCY,
IMT ATLANTIQUE, ENSAE PARIS,
CHIMIE PARISTECH - PSL.

Concours Mines-Télécom,
Concours Centrale-Supélec (Cycle International).

NOTE DE L'ÉDITEUR
Le sujet était commun aux filières MP et MPI

CONCOURS 2024

DEUXIÈME ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée de l'épreuve : 4 heures

L'usage de la calculatrice et de tout dispositif électronique est interdit.

L'énoncé de cette épreuve comporte 8 pages de texte.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Mines Maths 2 MP-MPI 2024 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Christophe Fiszka (professeur en CPGE) ; il a été relu par Pierrick Le Vourc'h (ENS de Lyon) et Benoit Chevalier (ENS Ulm).

Le sujet propose une introduction à la théorie spectrale sur les graphes et une étude de graphes aléatoires suivant un modèle développé par les mathématiciens Erdös et Rényi dans les années 1960.

- Dans la partie I, on étudie quelques propriétés des matrices d'adjacence d'un graphe. On en déduit la définition du polynôme caractéristique d'un graphe avec, comme application, son calcul dans le cas de graphes étoilés. Cette partie représente environ un tiers du sujet. Ses résultats ne sont pas utilisés dans les parties suivantes.
- La partie II est la plus abordable du sujet. On étudie la notion de fonction de seuil d'une propriété dans les graphes aléatoires. On examine deux lemmes et un exemple dans le cas d'une loi binomiale.
- La dernière partie est assez longue et délicate. Elle a pour objet d'expliciter une fonction de seuil relativement à la propriété : « un graphe aléatoire contient un sous-graphe fixé ». Cette partie comporte plusieurs questions de combinatoire, dont la rédaction est souvent difficile.

Bien que les thèmes abordés soient très intéressants, ce sujet est atypique et déroutant par bien des aspects. Le long formalisme sur les graphes et les maladresses dans la rédaction du sujet ont probablement perturbé de nombreux candidats. Comme le sujet ne comporte pas beaucoup de méthodes classiques ou d'applications des grands théorèmes au programme, il n'est pas conseillé dans la première phase des révisions. Les candidats de la filière MP avec l'option SI, peu familiers des graphes, auront plus de difficultés. Cependant, ce sujet est une bonne introduction à la théorie spectrale des graphes et aux graphes aléatoires.

A2024 – IC

ÉCOLE DES PONTS PARISTECH,
ISAE-SUPAERO, ENSTA PARIS,
TÉLÉCOM PARIS, MINES PARIS,
MINES SAINT-ÉTIENNE, MINES NANCY,
IMT ATLANTIQUE, ENSAE PARIS,
CHIMIE PARISTECH - PSL.

Concours Mines-Télécom,
Concours Centrale-Supélec (Cycle International).

CONCOURS 2024

ÉPREUVE D'INFORMATIQUE COMMUNE

Durée de l'épreuve : 2 heures

L'usage de la calculatrice ou de tout autre dispositif électronique est interdit.

Cette épreuve est commune aux candidats des filières MP, PC et PSI.

Les candidats sont priés de mentionner de façon apparente
sur la première page de la copie :

INFORMATIQUE COMMUNE

L'énoncé de cette épreuve comporte 12 pages de texte.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Mines Informatique MP-PC-PSI 2024 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Cyril Ravat (professeur en CPGE) ; il a été relu par Malory Marin (ENS de Lyon) et Benjamin Monmege (enseignant-chercheur à l'université).

Le sujet traite de la communication de chaînes de caractères à travers un canal non fiable. Deux points importants sont abordés : la compression des données et la correction après transmission des informations.

- Dans la partie I, on étudie le fonctionnement d'un codage arithmétique des chaînes de caractères, une méthode de compression qui transforme n'importe quelle chaîne en nombre décimal. Après quelques questions préliminaires portant sur la lecture analytique d'un texte et deux questions de SQL, on aborde plus spécifiquement l'algorithme de compression, pour le codage et le décodage, notamment à partir d'exemples.
- La partie II introduit en profondeur une technique de correction d'un message reçu, connaissant des probabilités d'émission et des probabilités conditionnelles de réception. On construit un graphe représentant l'ensemble des messages possibles, assimilable à des cases de tableaux à deux dimensions, et on essaie d'y trouver le chemin optimal par deux méthodes : un algorithme glouton et un algorithme de programmation dynamique, l'algorithme de Viterbi.

Le sujet est bien construit et très progressif. De nombreuses questions sont simples et permettent aux élèves de niveau modeste de vérifier leur capacité à enchaîner des réponses. Dans la deuxième partie, l'introduction du problème, longue mais intéressante et bien détaillée, offre la possibilité de coder sur le même graphe un algorithme glouton et un algorithme de programmation dynamique. De nombreuses questions de complexité complètent l'ensemble et font de ce sujet un bon entraînement.

A2024 – INFO MP

ÉCOLE DES PONTS PARISTECH,
ISAE-SUPAERO, ENSTA PARIS,
TÉLÉCOM PARIS, MINES PARIS,
MINES SAINT-ÉTIENNE, MINES NANCY,
IMT ATLANTIQUE, ENSAE PARIS,
CHIMIE PARISTECH - PSL.

Concours Mines-Télécom,
Concours Centrale-Supélec (Cycle International).

CONCOURS 2024

Durée de l'épreuve : 3 heures

L'usage de la calculatrice et de tout dispositif électronique est interdit.

ÉPREUVE D'INFORMATIQUE MP

Cette épreuve concerne uniquement les candidats de la filière MP.
Les candidats sont priés de mentionner de façon apparente
sur la première page de la copie :

INFORMATIQUE - MP

L'énoncé de cette épreuve comporte 7 pages de texte.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Mines Informatique optionnelle MP 2024
Corrigé

Ce corrigé est proposé par William Aufort (professeur en CPGE) ; il a été relu par Vincent Puyhaubert (professeur en CPGE) et Benjamin Monmege (enseignant-chercheur à l'université).

Ce sujet d'informatique optionnelle a pour objet l'étude des ensembles ordonnés finis, une branche des mathématiques discrètes aux applications nombreuses, notamment en informatique. Si V est un ensemble fini et $\trianglelefteq$ est une relation d'ordre sur V, la connaissance des paires (u, v) d'éléments comparables pour $\trianglelefteq$, c'est-à-dire telles que $u \trianglelefteq v$ ou $v \trianglelefteq u$, et leur exploitation, permettent d'obtenir des informations sur la structure de V. Chacune des trois parties aborde un problème algorithmique sur ce thème.

- La partie I commence par introduire la représentation des relations d'ordre en OCaml adoptée dans le sujet. Après quelques questions de programmation assez similaires et ne posant pas de difficulté notable, l'énoncé guide les candidats vers un algorithme itératif de construction d'un tri topologique d'un ensemble ordonné $(\mathrm{V}, \trianglelefteq)$, c'est-à-dire d'un ordre total sur V compatible avec l'ordre $\trianglelefteq$. On analyse sa complexité et on donne des invariants permettant de prouver sa correction.
- La partie II présente les notions de chaîne et d'antichaîne dans un ensemble ordonné, correspondant aux parties où toute paire d'éléments est respectivement comparable ou incomparable pour $\trianglelefteq$. On étudie ensuite des algorithmes permettant de valider, ou pas, qu'une liste d'éléments correspond à une chaîne ou à une antichaîne. En complément d'une approche élémentaire, un algorithme plus difficile utilisant une structure de tas, que les candidats devaient identifier, est proposée. Les informations fournies par l'énoncé sur la structure étant imprécises et incomplètes, les questions associées sont assez difficiles.
- Enfin, on cherche dans la partie III à recouvrir l'ensemble V par un nombre minimal de chaînes. La méthode proposée est de ramener ce problème à la recherche d'un couplage maximal dans un graphe biparti construit à partir de la relation d'ordre. Cette partie alterne questions théoriques et questions de programmation, dont la plus technique est l'implémentation de la recherche d'un couplage maximal.

Il s'agit d'un sujet original et intéressant, couvrant plusieurs thématiques du programme (structures de données, preuves d'algorithmes, algorithmes de tri topologique et de couplage), mais dont la difficulté est inégale : les questions sont soit abordables, soit difficiles. En laissant de côté les questions plus techniques (notamment celles de la partie II, plus difficiles à saisir), il était tout à fait possible de traiter une part importante du sujet et d'obtenir une bonne note. Ces questions plus délicates pourront satisfaire les étudiants en quête d'approfondissements sur les structures de données.

ECOLE POLYTECHNIQUE
ECOLES NORMALES SUPERIEURES

CONCOURS D'ADMISSION 2024

LUNDI 15 AVRIL 2024
08h00 - 12h00

FILIERES MP-MPI - Epreuve n° 1

MATHEMATIQUES A (XLSR)

Durée : 4 heures

L'utilisation des calculatrices n'est pas autorisée pour cette épreuve

X/ENS Maths A MP-MPI 2024 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Pierre Faugère (ENS de Lyon) ; il a été relu par Vincent Lerouvillois (ENS de Lyon) et Benoit Chevalier (ENS Ulm).

Ce sujet s'attache à démontrer des résultats de combinatoire et d'arithmétique à l'aide de la plupart des chapitres au programme, mais majoritairement avec des techniques d'analyse (intégrales, séries) et de probabilités. On s'intéresse en particulier au nombre moyen (pour une distribution uniforme sur le groupe symétrique) de points fixes, ou de cycles intervenant dans la décomposition d'une permutation, ou encore à la densité d'une partie A de $\mathbb{N}$ définie comme la limite, si elle existe, de

$$\frac{1}{n}\,\mathrm{Card}\,(\mathrm{A} \cap [\![\, 1\,;n\,]\!])$$

pour une partie A reliée au nombre de cycles décomposant une permutation.

Le problème fait l'objet de deux parties indépendantes.

- La première s'intéresse aux propriétés asymptotiques des permutations aléatoires uniformément distribuées sur le n-ième groupe symétrique lorsque n tend vers $+\infty$. Plus précisément, elle vise à établir des résultats concernant la loi de leur signature, ainsi que leur nombre moyen de points fixes et de cycles dans la décomposition en cycles à supports disjoints. L'esprit de cette partie est d'exploiter des résultats d'algèbre linéaire et d'égalités polynomiales afin d'établir des formules de combinatoire. Elle fait intervenir un grand nombre de thèmes du programme de première et de deuxième année, notamment des techniques élémentaires d'analyse, de dénombrement, d'algèbre linéaire avec de la réduction, ainsi que des changements de base, et enfin des polynômes.
- La deuxième partie considère des séries indexées par les nombres premiers. On y établit de jolis développements asymptotiques sur les sommes partielles de ces séries en utilisant des techniques classiques — telles que la comparaison série-intégrale ou le calcul d'équivalent du reste d'une intégrale impropre — afin d'établir des résultats d'arithmétique.

Dès la première question, ce sujet nécessite de mobiliser ses connaissances pour faire preuve d'autonomie. La difficulté augmente ensuite lentement. Parmi les dernières questions, certaines sont vraiment difficiles. La deuxième partie est plus technique que la première mais le sujet y est aussi plus guidé.

De façon générale, ce sujet constitue un excellent entraînement pour l'X : d'une part, il aborde une grande partie du programme, d'autre part, il nécessite une rédaction efficace et précise pour être traité dans le temps imparti.

ECOLE POLYTECHNIQUE

CONCOURS D'ADMISSION 2024

MARDI 16 AVRIL 2024
08h00 - 12h00

FILIERES MP-MPI - Epreuve n° 3

MATHEMATIQUES B (X)

Durée : 4 heures

L'utilisation des calculatrices n'est pas autorisée pour cette épreuve

X Maths B MP-MPI 2024 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Antoine Barrier (ENS Paris-Saclay) ; il a été relu par Bertrand Wiel (professeur en CPGE) et Gilbert Monna (professeur honoraire en CPGE).

Ce sujet étudie les équations différentielles scalaires et vectorielles dont les coefficients sont des fonctions périodiques. On s'intéresse notamment à l'existence de solutions non nulles qui sont soit périodiques, soit le produit d'une fonction périodique par une exponentielle. Dans le cadre vectoriel, cela mène à une décomposition de la matrice wronskienne (matrice d'une base de solutions) appelée forme normale.

- Dans la première partie, on étudie les solutions de l'équation scalaire homogène
$$y'' + q\,y = 0$$
où q est une fonction continue et T-périodique. On établit l'existence de deux régimes : soit il existe une solution périodique non nulle, soit il existe une base de solutions de la forme $(t \mapsto \mathrm{e}^{\lambda t} w_1(t), t \mapsto \mathrm{e}^{\lambda t} w_2(t))$, où w_1 et w_2 sont des fonctions T-périodiques et $\lambda \in \mathbb{C}^*$.
- La partie suivante porte sur une version simplifiée d'un résultat de calcul différentiel : le théorème d'inversion locale. On montre que si une fonction f définie sur un $\mathbb{R}$-espace vectoriel normé de dimension finie est de classe $\mathscr{C}^1$ et vérifie $\mathrm{d}f(a) = \mathrm{Id}$ en un point a, alors f est localement inversible et de réciproque continue. Ce résultat, qui sera utile dans la troisième partie, s'appuie sur des outils de topologie.
- La partie III étudie l'anneau $\mathbb{C}[\mathrm{A}]$ des polynômes en un matrice $\mathrm{A} \in \mathscr{M}_n(\mathbb{C})$. Des arguments topologiques permettent de montrer que l'image de $\mathbb{C}[\mathrm{A}]$ par l'exponentielle matricielle est le groupe des inversibles de $\mathbb{C}[\mathrm{A}]$. On en déduit que $\exp(\mathscr{M}_n(\mathbb{C})) = \mathrm{GL}_n(\mathbb{C})$. Ce résultat sera utilisé par la suite.
- La dernière partie se focalise sur les solutions de l'équation vectorielle homogène $\mathrm{X}' = \mathrm{A}\,\mathrm{X}$ où $\mathrm{A} : \mathbb{R} \to \mathscr{M}_n(\mathbb{C})$ est T-périodique. On montre que la matrice wronskienne M se décompose sous la forme $\mathrm{M}(t) = \mathrm{Q}(t)\exp(t\mathrm{B})$ pour une application T-périodique $\mathrm{Q} : \mathbb{R} \to \mathscr{M}_n(\mathbb{C})$ et $\mathrm{B} \in \mathscr{M}_n(\mathbb{C})$. Cette identité, appelée forme normale de M, est ensuite utilisée pour étudier l'existence de solutions périodiques non nulles dans diverses situations.

L'énoncé aborde différents chapitres du programme d'analyse : équations différentielles, calcul différentiel et topologie, mais aussi d'algèbre, d'algèbre linéaire et de calcul matriciel. Les difficultés que peuvent soulever ces chapitres rendent le sujet d'un niveau relevé, d'autant que des questions ardues sont éparpillées tout du long. Toutefois, suffisamment de questions restaient accessibles dans les quatre parties pour permettre à tout étudiant bien préparé de travailler durant l'ensemble du temps imparti.

ECOLE POLYTECHNIQUE - ESPCI
ECOLES NORMALES SUPERIEURES

CONCOURS D'ADMISSION 2024

JEUDI 18 AVRIL 2024
16h30 - 18h30

FILIERES MP-MPI-PC-PSI
Epreuve n° 8
INFORMATIQUE B (XELSR)

Durée : 2 heures

L'utilisation des calculatrices n'est pas autorisée pour cette épreuve

X/ENS Informatique B MP-PC-PSI 2024 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Sarah Houdaigoui (ENS Ulm) ; il a été relu par Cyril Ravat (professeur en CPGE) et William Aufort (professeur en CPGE).

Le sujet examine les logimages, un jeu consistant à noircir les cases d'une grille en utilisant des indications données pour chaque ligne et chaque colonne. Il se compose de quatre parties, largement indépendantes et de difficulté croissante.

- La partie I vise à écrire et étudier diverses fonctions vérifiant la validité d'une solution.
- La partie suivante cherche à résoudre le problème à l'aide de fonctions récursives en explorant toutes les grilles possibles. Une analyse de complexité permet de montrer l'inefficacité de l'algorithme sur de grandes grilles.
- La partie III traite du placement d'un bloc dans une ligne dont certaines cases sont déjà déterminées. Cette partie est très courte (deux questions seulement) mais contient la question la plus difficile du sujet, l'élaboration d'un algorithme astucieux et un calcul de complexité extrêmement fin.
- La dernière partie utilise les résultats obtenus dans la partie III afin de déterminer les première et dernière positions possibles pour chaque bloc d'une ligne et en déduire la couleur de certaines cases.

Le sujet se focalise sur l'algorithmique des listes et des matrices et le calcul de complexité. Les trois premières questions de la partie I constituent un bon entraînement sur ces thèmes. La question 4 de la partie I permet de travailler la compréhension d'un code et de s'entraîner à vérifier la correction d'une fonction. La partie II permet d'aborder les algorithmes manipulant des matrices et les fonctions récursives. La difficulté majeure de la partie III réside dans la présence d'un calcul très fin et astucieux de complexité. Cette partie et la suivante comportent des questions algorithmiques et de complexité de haut niveau qui demandent une bonne compréhension des raisonnements de résolution des logimages.