

**40 Problèmes** de \_\_\_\_\_

# THERMO DYNAMIQUE

— posés aux **concours**  
**des Grandes Écoles**

CPGE  
Licence  
BUT

Pascal Clavier



# Problème 1

## Moteur de Stirling

*Sujet CCINP MP 2011 parties I et II*

Le moteur de Stirling est constitué de deux chambres, une chaude, une froide, reliées par un régénérateur de volume constant pouvant être constitué de fils de cuivre tressés. Le gaz, en circuit fermé, reçoit un transfert thermique d'une source chaude et cède un transfert thermique à la source froide. Le rôle du régénérateur, base de l'invention de Stirling, est fondamental pour obtenir une bonne efficacité. Dans son brevet original de 1816, Stirling explique que le gaz chaud entre dans la partie chaude du régénérateur et est progressivement refroidi durant son parcours pour ressortir par l'autre extrémité à une température presque identique à la température de la source froide. Dans le parcours inverse, le gaz est progressivement réchauffé.

Cette astuce technologique permet d'avoir une partie des échanges thermiques internes au moteur.

Ce problème comporte 2 parties. La première partie permet de comprendre l'intérêt du régénérateur dans le calcul de l'efficacité. La seconde partie analyse le rôle du volume et des pertes thermiques dans un régénérateur réel.

### Description du cycle de Stirling

Le cycle associé à un moteur de Stirling est constitué de 2 isothermes et de 2 isochores. Il est décrit comme suit :

1 → 2 : compression isotherme à  $T_f = 313$  K.

2 → 3 : transformation isochore de la température  $T_f = 313$  K à la température  $T_c = 1173$  K.

3 → 4 : détente isotherme à  $T_c = 1173$  K.

4 → 1 : transformation isochore de la température  $T_c = 1173$  K à la température  $T_f = 313$  K.

Ce cycle est représenté figure 1 :

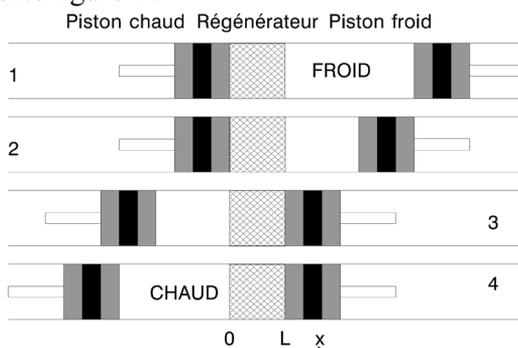


Figure 1 : Déplacement des pistons

## Caractéristiques du moteur de Stirling retenu

Température de la source chaude : 1173 K.

Température de la source froide : 313 K.

Volume minimum du gaz libre (uniquement chambre chaude et/ou froide) :

$$V_m = 1,0 \text{ L.}$$

Volume maximum du gaz libre (uniquement chambre chaude et/ou froide) :

$$V_M = 2,0 \text{ L.}$$

Volume du régénérateur accessible au gaz quand il est pris en compte :  $V_r = 0,2 \text{ L.}$

Volume du régénérateur occupé par du cuivre : 0,6 L.

Masse de dihydrogène, traitée comme un gaz parfait, contenue dans le moteur : 0,01 kg.

## I. Moteur de Stirling avec un régénérateur parfait

Les questions I.1 à I.9 ne tiennent pas compte de la présence du régénérateur. Dans toutes les questions de cette partie I, le volume du régénérateur est nul ( $V_r = 0$ ), comme indiqué sur la figure 2.

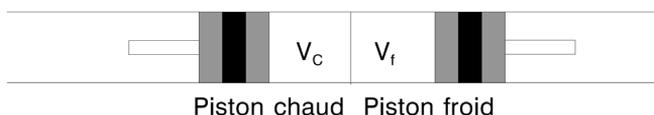


Figure 2 : Volumes à considérer pour le régénérateur parfait

1. A partir des caractéristiques du moteur de Stirling, déterminer numériquement le nombre de moles  $n$  de gaz et les pressions  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$  et  $p_4$ .
  2. Représenter le cycle moteur de Stirling sur un diagramme  $p(V)$ .
  3. Exprimer algébriquement la variation d'énergie interne  $\Delta U_{ab}$  et les transferts énergétiques,  $W_{ab}$  et  $Q_{ab}$ , entre un état a et un état b pour une transformation isotherme.
  4. Exprimer algébriquement la variation d'énergie interne  $\Delta U_{cd}$  et les transferts énergétiques,  $W_{cd}$  et  $Q_{cd}$ , entre un état c et un état d pour une transformation isochore.
  5. Calculer numériquement les travaux  $W_{1 \rightarrow 2}$ ,  $W_{2 \rightarrow 3}$ ,  $W_{3 \rightarrow 4}$ ,  $W_{4 \rightarrow 1}$ .
  6. Calculer numériquement les transferts thermiques  $Q_{1 \rightarrow 2}$ ,  $Q_{2 \rightarrow 3}$ ,  $Q_{3 \rightarrow 4}$ ,  $Q_{4 \rightarrow 1}$ .
  7. Que valent les transferts thermiques  $Q_c$  et  $Q_f$  provenant des thermostats chaud et froid si aucun dispositif supplémentaire n'intervient (pas de régénérateur) en fonction des transferts thermiques  $Q_{1 \rightarrow 2}$ ,  $Q_{2 \rightarrow 3}$ ,  $Q_{3 \rightarrow 4}$ , et  $Q_{4 \rightarrow 1}$  ? Effectuer l'application numérique.
  8. Que vaut le travail  $W$  sur le cycle ? Effectuer l'application numérique.
  9. En déduire numériquement l'efficacité sans régénérateur ( $e_{sr}$ ).
- En présence d'un régénérateur parfait (volume négligeable, transfert parfait), les transferts thermiques  $Q_{2 \rightarrow 3}$  et  $Q_{4 \rightarrow 1}$  sont internes.
10. Vérifier que les transferts thermiques  $Q_{2 \rightarrow 3}$  et  $Q_{4 \rightarrow 1}$  se compensent.

L'efficacité est alors calculée à partir de 
$$e = -\frac{W_{1 \rightarrow 2} + W_{3 \rightarrow 4}}{Q_{3 \rightarrow 4}}.$$

11. Justifier cette expression.
12. Calculer algébriquement et numériquement l'efficacité (e).
13. Comparer l'efficacité (e) à l'efficacité de Carnot ( $e_c$ ).

## II. Régénérateur non idéal

Le régénérateur peut être constitué d'un empilement de disques de fils de cuivre tressés. On suppose que la température dans le régénérateur varie linéairement avec

l'abscisse selon la loi :  $T(x) = T_c + \frac{x}{L}(T_f - T_c)$ . On prendra pour origine des

abscisses la frontière chambre chaude/régénérateur.  $L$  représente la longueur du régénérateur. On ne tiendra nullement compte des aspects dynamiques. Il n'y a pas d'échange thermique entre les tranches élémentaires de fluide. Le volume accessible au gaz dans le régénérateur  $V_r$  est aussi appelé volume mort.

### 1. Influence du volume mort du régénérateur

Dans le régénérateur, le gradient de température conduit à une distribution de densité moléculaire en fonction des abscisses. Il est donc intéressant de remplacer cette distribution liée au gradient de température par un système équivalent d'un point de vue mécanique : le régénérateur sera alors supposé occupé par  $n_r$  moles de dihydrogène à la température effective  $T_r$ , quelle que soit l'abscisse. Le volume mort du régénérateur vaut  $V_r = 0,2 \text{ L}$ .

- a) Dans le régénérateur, en considérant que la pression est homogène, montrer que la température effective moyenne  $T_r$  s'exprime selon :

$$T_r = \frac{T_c - T_f}{\ln\left(\frac{T_c}{T_f}\right)}$$

- b) Calculer numériquement  $T_r$ .

Pour les questions c à f, toutes les molécules présentes dans le régénérateur seront supposées être à la température  $T_r$ .

- c) A partir d'un bilan de matière, exprimer la pression  $p$  en fonction de  $n$ ,  $R$ , des températures  $T_r$ ,  $T_c$ ,  $T_f$  et des volumes  $V_r$ ,  $V_c$  et  $V_f$ , volumes associés au régénérateur, au piston chaud et au piston froid (voir figure 3). On considérera la pression identique dans le régénérateur et les deux chambres.

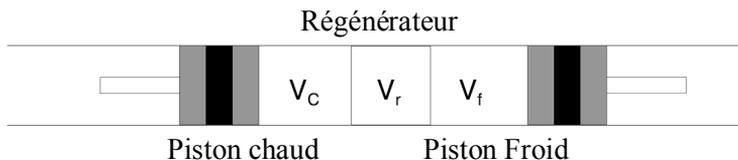


Figure 3 : Différents volumes pris en compte

- d) Exprimer littéralement le travail  $W_{1 \rightarrow 2}$  puis effectuer l'application numérique.
- e) Exprimer littéralement le travail  $W_{3 \rightarrow 4}$  puis effectuer l'application numérique.

- f) Comparer la valeur numérique du travail sur le cycle avec un volume mort de régénérateur de  $V_r = 0,2 \text{ L}$  ( $W_{V_r} \neq 0$ ) à sa valeur obtenue sans volume mort ( $W_{V_r} = 0$ ). Commenter.

Pour les transferts thermiques, il est impératif de considérer le gradient de température dans le régénérateur.

- g) En discrétisant l'ensemble du système en fines tranches, chaque tranche de gaz est toujours à la température du thermostat local aussi bien dans les chambres que dans le régénérateur. Y a-t-il création d'entropie au cours d'un cycle ? En déduire sans calcul l'efficacité.

## 2. Perte thermique dans le régénérateur

Soit  $x$  la fraction de chaleur non échangée dans le régénérateur par le gaz lors de la transformation isochore ( $x$  varie de 0 à 1). Cette fraction est supposée identique dans les 2 sens de passage. Dans cette partie, le volume mort est supposé nul ( $V_r = 0$ ).

- a) Donner une raison qui pourrait expliquer que le transfert thermique n'est pas idéal.
- b) Exprimer l'efficacité sous la forme :

$$e = \frac{1 - \frac{T_f}{T_c}}{1 + C_2 \left(1 - \frac{T_f}{T_c}\right)}$$

$C_2$  étant une constante à exprimer en fonction de  $x$ ,  $\gamma$ ,  $V_M$  et  $V_m$ .

- c) Calculer numériquement  $C_2$  et l'efficacité qui en résulte, en considérant un transfert non idéal correspondant à  $x = 0,1$ .

# Problème 2

## Description du circuit secondaire d'une centrale nucléaire

*Sujet physique 2 Centrale-Supélec MP 2016 partie I.A*

Une centrale nucléaire est un site industriel destiné à la production d'électricité, qui utilise comme chaudière un réacteur nucléaire pour produire de la chaleur. Une centrale nucléaire REP (Réacteur à Eau Pressurisée) est constituée de deux grandes zones (voir figure 1) :

- une zone non nucléaire (salle des machines). Dans cette partie, semblable à celle utilisée dans les centrales thermiques classiques, s'écoule de l'eau dans un circuit secondaire. Cette eau est évaporée dans le Générateur de Vapeur (GV) par absorption de la chaleur produite dans la zone nucléaire, puis elle entraîne une turbine (T) couplée à un alternateur produisant de l'électricité, ensuite elle est condensée au contact d'un refroidisseur (rivière ou mer ou atmosphère via une tour aéroréfrigérante) et enfin, elle est comprimée avant d'être renvoyée vers le générateur de vapeur ;

- une zone nucléaire (dans le bâtiment réacteur), où ont lieu les réactions nucléaires de fission, qui produisent de l'énergie thermique et chauffent ainsi l'eau sous pression circulant dans le circuit primaire. Le transfert d'énergie thermique entre le circuit primaire et le circuit secondaire se fait dans le générateur de vapeur, où la surface d'échange entre les deux fluides peut atteindre près de  $5000 \text{ m}^2$  (réseau de tubulures).

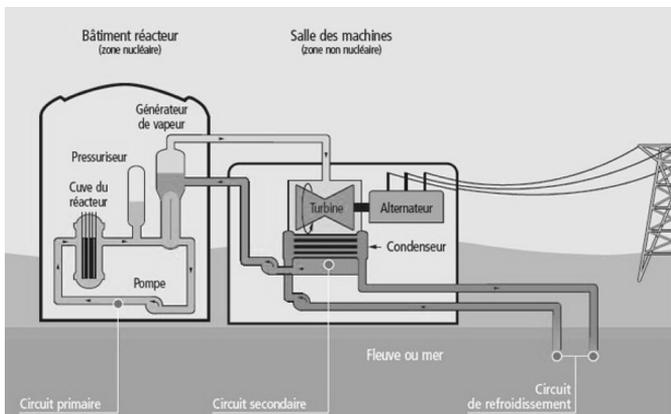


Figure 1 : Schéma global d'une centrale thermique

Considérons une centrale nucléaire REP produisant une puissance électrique  $P_e = 900 \text{ MW}$ . Le fluide circulant dans le circuit secondaire est de l'eau, dont l'écoulement est supposé stationnaire. Le cycle thermodynamique décrit par l'eau est un cycle ditherme moteur. L'eau liquide sera supposée incompressible et de

capacité thermique massique isobare supposée constante. Le tableau en fin d'énoncé donne diverses données thermodynamiques relatives à l'équilibre liquide-vapeur de l'eau.

## I. Cycle de Carnot

Dans une première approche simplifiée, on considère le moteur ditherme de Carnot fonctionnant de manière réversible entre deux sources de température  $T_{ch}$  et  $T_{fr}$  ( $T_{fr} < T_{ch}$ ).

1. Donner, en la redémontrant, l'expression du rendement de Carnot associé à ce cycle.
2. Donner la valeur numérique de ce rendement en prenant  $T_{ch} = 543 \text{ K}$  et  $T_{fr} = 303 \text{ K}$ , les deux températures extrêmes de l'eau dans le circuit secondaire.
3. Sachant qu'un réacteur REP fournit à l'eau du circuit secondaire, via le générateur de vapeur, une puissance thermique  $P_t = 2785 \text{ MW}$ , que vaut le rendement thermodynamique réel de l'installation ? On supposera que la puissance mécanique transmise à la turbine est intégralement convertie en puissance électrique. Commenter.

## II. Cycle de Rankine

L'eau du circuit secondaire subit les transformations suivantes (représentées dans la figure 2)

- de A à B : dans le générateur de vapeur, échauffement isobare du liquide à la pression  $P_2 = 55 \text{ bar}$  jusqu'à un état de liquide saturant (état noté A'), puis vaporisation totale isobare jusqu'à un état de vapeur saturante sèche (état B) ;
- de B à C : détente adiabatique réversible dans la turbine, de la pression  $P_2$  à la pression  $P_1 = 43 \text{ mbar}$  ;
- en C, le fluide est diphasé ;
- de C à D : liquéfaction totale isobare dans le condenseur, jusqu'à un état de liquide saturant ;
- de D à A : compression adiabatique réversible, dans la pompe d'alimentation, de la pression  $P_1$  à la pression  $P_2$ , du liquide saturant sortant du condenseur. On négligera le travail consommé par cette pompe devant les autres énergies mises en jeu.

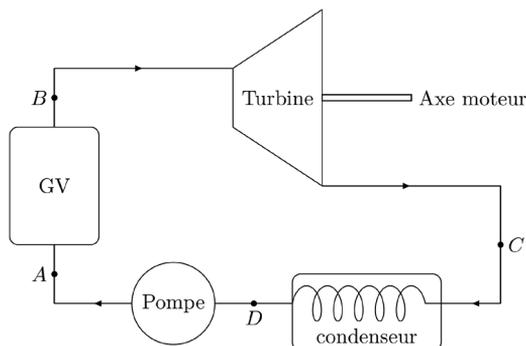


Figure 2 : Cycle de Rankine

1. Représenter dans le diagramme de Clapeyron ( $P, v$ ) l'allure de la courbe de saturation de l'eau, ainsi que les isothermes  $T_B$ ,  $T_D$  et  $T_{\text{critique}}$ , cette dernière température étant celle du point critique de l'eau. Préciser les domaines du liquide, de la vapeur, de la vapeur saturante. Représenter sur ce même diagramme l'allure du cycle décrit par l'eau du circuit secondaire. Indiquer le sens de parcours du cycle et placer les points A, A', B, C et D.
2. D'après l'extrait de table thermodynamique donné en fin d'énoncé, quelles sont les valeurs des températures, des enthalpies massiques et des entropies massiques aux points A', B et D ? On pourra donner les valeurs sous forme de tableau.
3. Dans le document réponse figure le diagramme enthalpique ( $P, h$ ) de l'eau. Placer, avec soin et à l'échelle, les points A', B, C, D du cycle. On explicitera la méthode.
4. Dans toute la suite, on négligera les variations d'énergie cinétique et potentielle dans les bilans énergétiques.  
Exprimer alors, sans démonstration, le premier principe de la thermodynamique pour un fluide en écoulement stationnaire recevant de manière algébrique le travail massique utile  $w_u$  et le transfert thermique massique  $q$ .
5. Exprimer le travail massique  $w_{BC}$  reçu par l'eau dans la turbine. Donner sa valeur numérique, en s'aidant du diagramme enthalpique.
6. Exprimer le transfert thermique massique  $q_{AA'}$  reçu par l'eau liquide quand elle passe de manière isobare de la température  $T_A$  à la température  $T_{A'}$  dans le générateur de vapeur. Donner sa valeur numérique : on considérera  $T_A \approx T_D$ .
7. Exprimer le transfert thermique massique  $q_{AB}$  reçu par l'eau quand elle se vaporise complètement dans le générateur de vapeur. Donner sa valeur numérique.
8. Calculer alors le rendement de Rankine de l'installation. Comparer au rendement de Carnot et commenter. Comparer au rendement réel et commenter.
9. Dans quel état se trouve l'eau à la fin de la détente de la turbine ? Donner le titre massique en vapeur à l'aide du diagramme enthalpique. En quoi est-ce un inconvénient pour les parties mobiles de la turbine ?

### III. Cycle de Rankine avec détente étagée

Le cycle réel est plus compliqué que celui étudié précédemment (voir figure 3). En effet, d'une part, la détente est étagée : elle se fait d'abord dans une turbine « haute pression » puis dans une turbine « basse pression ». D'autre part, entre les deux turbines, l'eau passe dans un « surchauffeur ». Les transformations sont maintenant modélisées par

- de A à B : dans le générateur de vapeur, échauffement isobare du liquide à la pression  $P_2 = 55$  bar, jusqu'à un état de liquide saturant (état noté A'), puis vaporisation totale isobare jusqu'à un état de vapeur saturante sèche (point B) ;
- de B à C' : détente adiabatique réversible dans la turbine « haute pression », de la pression  $P_2$  à la pression  $P_3 = 10$  bar ;
- de C' à B' : échauffement isobare à la pression  $P_3$ , dans le surchauffeur, jusqu'à un état de vapeur saturante sèche (point B') ;

- de B' à C'' : détente adiabatique réversible dans la turbine « basse pression », de la pression  $P_3$  à la pression  $P_1 = 43 \text{ mbar}$  ;
- de C'' à D : liquéfaction totale isobare dans le condenseur, jusqu'à un état de liquide saturant ;
- de D à A : compression adiabatique réversible, dans la pompe d'alimentation, de la pression  $P_1$  à la pression  $P_2$ , du liquide saturant sortant du condenseur. On négligera le travail consommé par cette pompe devant les autres énergies mises en jeu.

1. Placer les nouveaux points C', B', C'' sur le diagramme enthalpique du document réponse.
2. Comparer les titres massiques en vapeur des points C' et C'' au titre massique en vapeur du point C. Quel est l'intérêt de la surchauffe ?
3. A l'aide du diagramme enthalpique, déterminer le nouveau rendement du cycle. Commenter.

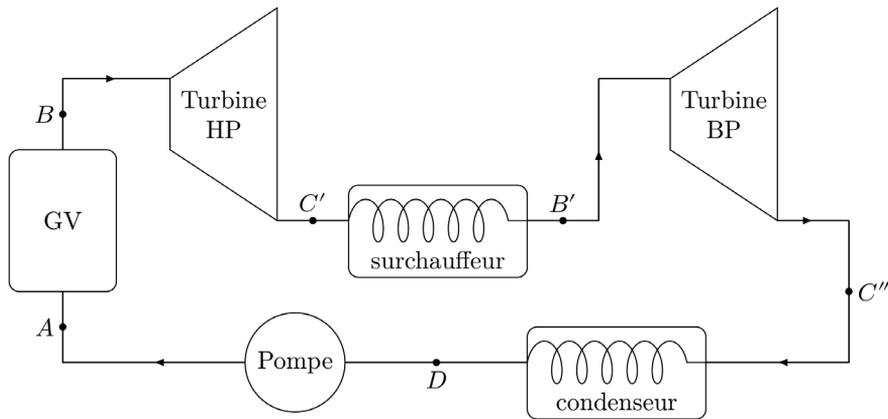


Figure 3 : Cycle de Rankine avec une détente étagée

### Extrait de table thermodynamique relatif à l'équilibre liquide-vapeur de l'eau

$\theta$ (°C)	$P_{\text{sat}}$ (bar)	Liquide saturant			Vapeur saturante sèche		
		$v_l$ ( $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ )	$h_l$ ( $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ )	$s_l$ ( $\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ )	$v_v$ ( $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ )	$h_v$ ( $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ )	$s_v$ ( $\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ )
30	0,043	1,0047	125,22	0,4348	32,892	2555,92	8,4530
180	10	1,1276	763,18	2,1395	0,119404	2777,84	6,5854
270	55	1,3053	1190,10	2,9853	0,03505	2788,46	5,9226

$\theta$  température

$s$  entropie massique du liquide saturant

$P_{\text{sat}}$  pression de vapeur saturante

$v_v$  volume massique de la vapeur saturante sèche

$v_l$  volume massique du liquide saturant

$h_v$  enthalpie massique de la vapeur saturante sèche

$h$  enthalpie massique du liquide saturant

$s_v$  entropie massique de la vapeur saturante sèche

Capacité thermique massique isobare de l'eau :  $c = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ .